

ĐÀO HUY BÍCH

# LÝ THUYẾT DÉO VÀ CÁC ỨNG DỤNG



NHÀ XUẤT BẢN XÂY DỰNG

**ĐÀO HUY BÍCH**

**LÝ THUYẾT DẺO  
VÀ CÁC ỨNG DỤNG**

**NHÀ XUẤT BẢN XÂY DỰNG  
HÀ NỘI - 2004**

## **Lời nói đầu**

Lý thuyết dèo là một bộ phận của cơ học vật rắn biến dạng nghiên cứu các tính chất và các quy luật của vật rắn khi có biến dạng dèo. Các phương pháp tính toán chính xác của lý thuyết này đã thâm nhập vào nhiều lĩnh vực của kỹ thuật hiện đại, cho phép giải quyết các bài toán về độ bền, khả năng làm việc của máy móc và kết cấu công trình chịu tác dụng của tải trọng và các yếu tố khác. Việc áp dụng những thành tựu toán học và vật lý để xây dựng cơ sở lý thuyết và giải quyết các vấn đề do lý thuyết này đặt ra đã đạt được những kết quả quan trọng.

Giáo trình nhằm giới thiệu những kiến thức cơ bản về lý thuyết dèo và các ứng dụng, được biên soạn dựa trên những bài giảng đã được sửa đổi và bổ sung của tác giả cho sinh viên ngành Cơ học của trường Đại học Tổng hợp Hà Nội trước đây và trường Đại học Khoa học Tự nhiên, Đại học Quốc gia Hà Nội hiện nay. Đặc biệt đưa vào và trình bày chi tiết hơn các bài toán có định hướng ứng dụng nhiều trong kỹ thuật.

Đặc điểm của quá trình biến dạng dèo là không thuận nghịch, nhiều tính chất phức tạp của vật thể xuất hiện, nên có nhiều mô hình của lý thuyết dèo được xây dựng dựa trên các giả thiết khác nhau phản ánh các tính chất đó, không có một mô hình duy nhất như trong lý thuyết đàn hồi. Các vấn đề này được đề cập trong chương 1 với các mô hình lý thuyết dèo đơn giản và trong chương 2 với các mô hình lý thuyết dèo hoàn chỉnh hơn.

Chương 3 trình bày cách đặt bài toán, các định lý tổng quát và các phương pháp chung để giải bài toán của lý thuyết dèo. Các phương pháp này hiện đang được sử dụng rộng rãi trong tính toán kỹ thuật.

Các chương còn lại, từ chương 4 đến chương 8, trình bày các ứng dụng của lý thuyết dèo trong các bài toán điển hình, bài toán ứng suất phẳng, bài toán biến dạng phẳng với các ứng dụng trong già công kim loại bằng áp lực, bài toán về trạng thái giới hạn với ứng dụng tính toán khả năng chịu lực của kết cấu công trình và điều kiện thích nghi của kết cấu, bài toán ổn định ngoài

giới hạn dàn hồi, bài toán truyền sóng dàn dẻo và kết cấu chịu tải trọng động.

Sách này có thể dùng làm tài liệu học tập cho sinh viên ngành Cơ học, sinh viên các trường Đại học kỹ thuật, các học viên cao học, nghiên cứu sinh và tài liệu tham khảo cho các cán bộ kỹ thuật liên quan đến cơ học.

Giáo trình được hoàn thành nhờ sự quan tâm và tạo điều kiện của lãnh đạo trường Đại học Khoa học Tự nhiên, Đại học Quốc gia Hà Nội, lãnh đạo khoa Toán - Cơ - Tin học và sự giúp đỡ của các đồng nghiệp thuộc bộ môn Cơ học, tác giả bày tỏ lời cảm ơn chân thành.

Tác giả chân thành cảm ơn GS TSKH Nguyễn Đăng Bích, PGS TS Đào Văn Dũng đã đọc và cho những nhận xét quý báu nhằm hoàn thiện giáo trình.

Nhân dịp này Tác giả trân trọng cảm ơn Nhà xuất bản Xây dựng đã nhiệt tình giúp đỡ trong việc xuất bản cuốn sách.

Mong nhận được sự góp ý của bạn đọc và đồng nghiệp về nội dung và cách trình bày cuốn sách.

*Hà Nội - 2003*

**Tác giả**

# Mục lục

	Trang
<b>Lời nói đầu</b>	i
<b>Mở đầu</b>	1
<b>Chương 1. Cơ sở lý thuyết dèo</b>	5
1.1. Trạng thái biến dạng	5
1.2. Tốc độ biến dạng	10
1.3. Trạng thái ứng suất	13
1.4. Phương trình cân bằng hoặc chuyển động. Điều kiện biên	16
1.5. Liên hệ giữa ứng suất và biến dạng trong vật liệu đàn hồi đồng chất thẳng hướng (định luật Hooke)	18
1.6. Một số tính chất cơ học của vật rắn khi có biến dạng dèo	19
1.7. Điều kiện chảy dèo	27
1.8. Điều kiện đặt tải và cất tải. Giả thiết đường cong biến dạng duy nhất	29
1.9. Những lý thuyết dèo đơn giản	33
1.10. Lý thuyết biến dạng dèo	34
1.11. Lý thuyết chảy dèo	38
1.12. Nhận xét chung về các lý thuyết dèo. Trường hợp đặt tải đơn giản	42
1.13. Lý thuyết biến dạng đàn dèo nhỏ	46

<b>Chương 2. Lý thuyết dèo hiện nay</b>	53
2.1. Vectơ biến dạng và vectơ ứng suất	53
2.2. Khái niệm về mặt tải (mặt giới hạn)	57
2.3. Định đề Drucker và lý thuyết chảy hiện nay	62
2.4. Định đề dàn dèo và lý thuyết biến dạng dàn dèo tổng quát	73
2.5. Liên hệ giữa hai lý thuyết	81
2.6. Giải thiết xác định địa phương. Hệ thức xác định của lý thuyết quá trình dàn dèo	90
2.7. Lý thuyết trượt	97
<b>Chương 3. Các định lý tổng quát. Các phương pháp giải bài         toán lý thuyết dèo</b>	101
3.1. Phương trình biến phân Lagrange. Phương pháp Ritz và phương pháp Bubnov-Galerkin	101
3.2. Định lý năng lượng cực tiểu theo lý thuyết biến dạng dàn dèo nhỏ	108
3.3. Nguyên lý cực tiểu công phụ. Phương pháp Philonhenko- Borodish	111
3.4. Định lý về duy nhất nghiệm	114
3.5. Định lý về đặt tải đơn giản	116
3.6. Định lý về cắt tải	118
3.7. Nguyên lý cực trị trong lý thuyết chảy dèo	120
3.8. Định lý về phá hủy dèo hay cân bằng giới hạn	125
3.9. Phương trình cân bằng theo chuyển dịch. Phương pháp nghiệm dàn hồi	132
3.10. Phương pháp tham số dàn hồi thay đổi	134
<b>Chương 4. Ứng dụng lý thuyết dèo trong các bài toán điển         hình</b>	137
4.1. Kéo và xoắn đồng thời ống mỏng	138
4.2. Uốn và kéo thanh hình lăng trụ	142
4.3. Xoắn thanh hình lăng trụ	150

4.4. Cầu rỗng dưới tác dụng của áp suất	162
4.5. Ứng suất nhiệt trong cầu rỗng	168
4.6. Biến dạng đối xứng của ống dày	171
4.7. Trạng thái dàn dèo của đĩa tròn quay đều	182
4.8. Uốn tấm lá	186
4.9. Biến dạng của ống trụ trong khuôn cứng hình côn	191
<b>Chương 5. Bài toán phẳng của lý thuyết dèo</b>	195
A - ỨNG SUẤT PHẲNG	
5.1. Các hệ thức cơ sở của ứng suất phẳng	195
5.2. Cách đặt bài toán ứng suất phẳng trong trường hợp vật liệu dèo lý tưởng	197
5.3. Cân bằng dàn dèo của bản có lỗ hổng tròn với vật liệu dèo lý tưởng	207
5.4. Cách đặt bài toán ứng suất phẳng theo lý thuyết biến dạng dàn dèo nhỏ với vật liệu tái bền	220
5.5. Uốn dàn dèo bản mỏng	222
B - BIẾN DẠNG PHẲNG	
5.6. Những phương trình cơ bản của biến dạng phẳng	240
5.7. Biến dạng phẳng đối xứng trực	261
5.8. Bài toán về nén khuôn phẳng	264
5.9. Kéo một dài có vết cắt	269
5.10. Nén lớp vật liệu dèo giữa hai khuôn cứng. Bài toán Prandtl	271
5.11. Cán dát tấm lá	275
<b>Chương 6. Trạng thái giới hạn</b>	279
6.1. Ứng dụng các định lý tĩnh và động về trạng thái giới hạn	279
6.2. Trạng thái giới hạn của thanh có tiết diện bất kỳ chịu xoắn	286
6.3. Trạng thái giới hạn của bản tròn	289
6.4. Khái niệm về thích ứng	299

<b>Chương 7. Ổn định cân bằng ngoài giới hạn dàn hồi</b>	305
7.1. Ổn định của thanh bị nén	305
7.2. Ổn định của bàn	312
7.3. Một vài bài toán cụ thể về ổn định của bàn	328
<b>Chương 8. Bài toán động của lý thuyết dèo</b>	333
8.1. Truyền sóng tải dàn dèo trong thanh	334
8.2. Sóng cắt tải và biến dạng dư	343
8.3. Va chạm của thanh với tường chắn cố định	347
8.4. Vật liệu cứng dèo trong bài toán động	349
<b>Tài liệu tham khảo</b>	357

## Mở đầu

Để tăng công suất và tốc độ động cơ, phát triển kỹ thuật áp lực cao, giảm nhẹ kết cấu các máy móc bay, kết cấu làm việc trong trường nhiệt độ... chúng ta cần phải thiết lập chính xác các quy luật vật lý giữa ứng suất và biến dạng, phải nghiên cứu những hiện tượng không đàn hồi mà lý thuyết đàn hồi không đáp ứng được nữa. Chúng ta thấy rằng vật rắn chỉ biến dạng đàn hồi với biến dạng khá nhỏ; khi tác dụng lực ngoài đến chừng mức nào đấy trong vật thể xuất hiện biến dạng không đàn hồi, tức là biến dạng dư hay biến dạng dẻo.

Lý thuyết dẻo dùng công cụ toán học mô tả quan hệ giữa ứng suất và biến dạng trong vật thể biến dạng dẻo. Nó mở ra triển vọng sử dụng đầy đủ khả năng bền vững của vật liệu. Nó gần gũi với lý thuyết đàn hồi, phần lớn khái niệm của lý thuyết đàn hồi áp dụng được trong lý thuyết dẻo. Đối tượng nghiên cứu của lý thuyết dẻo khá rộng rãi, nó bao gồm nhiều vấn đề của cơ học các vật rắn biến dạng. Ngoài việc chủ yếu nghiên cứu biến dạng đàn dẻo nhỏ (trong đó xem quá trình là đẳng nhiệt hoặc đoạn nhiệt và không phụ thuộc yếu tố thời gian), còn phải nghiên cứu các vấn đề trong lý thuyết chảy dẻo-nhỏt, lý thuyết từ biến và lý thuyết dẻo với biến dạng lớn.

Tương tự như thuyết đàn hồi hai vấn đề lớn đặt ra cho lý thuyết dẻo: Một là trên cơ sở những kết luận rút ra từ vật lý lý thuyết và những số liệu thí nghiệm ta thiết lập những quy luật cơ bản của thuyết dẻo. Những quy luật này cùng với các hệ thức cơ sở của cơ học vật rắn biến dạng lập thành những phương trình cơ bản của lý thuyết dẻo. Vấn đề quan trọng thứ hai là giải các phương trình đó, ta sẽ nhận được hình ảnh của biến dạng dẻo trong những trường hợp khác nhau.

Như ta đã biết cơ sở của lý thuyết đàn hồi là định luật Hooke tổng quát, định luật này hoàn toàn xác định các vấn đề xét trong lý thuyết đàn hồi. Nhưng đối với lý thuyết dẻo vấn đề trở nên phức tạp hơn nhiều, các giả thuyết về độ cứng, về tính chất đẳng hướng và thuần nhất, về liên hệ tuyến

tính giữa ứng suất và biến dạng của lý thuyết đàn hồi không còn sử dụng được nữa. Tính chất đa dạng của quá trình biến dạng dẻo phụ thuộc vào cấu trúc của vật liệu và các điều kiện vật lý khác. Do đó một đặc điểm nổi bật là trong lý thuyết dẻo chưa có một quy luật về liên hệ ứng suất - biến dạng duy nhất như định luật Hooke tổng quát. Với cách đặt vấn đề khác nhau và với các giả thiết đơn giản hóa các quy luật vật lý phức tạp, nhiều nhà nghiên cứu đã thiết lập các mô hình biến dạng dẻo trên hai quan điểm thống kê và hiện tượng. Vì vậy trong lý thuyết dẻo để hẳn một phần trình bày vấn đề thiết lập những định luật biến dạng của các vật liệu khác nhau, làm việc trong các điều kiện khác nhau.

Một đặc điểm đáng chú ý là tính chất phi tuyến của các định luật cơ bản của lý thuyết dẻo. Do đó khi giải các bài toán này thường gặp khó khăn về mặt toán học, những phương pháp cổ điển của vật lý, toán sử dụng vào đây rất hạn chế, nên phải dựa vào đặc điểm riêng của lý thuyết dẻo để giải. Song song với việc phát triển các phương pháp đúng (thường gặp các hệ thức toán học khá phức tạp), phương pháp gần đúng đóng vai trò quan trọng. Các phương pháp này xuất hiện do yêu cầu của thực tiễn, một mặt phải phù hợp với cơ sở khoa học của lý thuyết, mặt khác phải đơn giản để dễ áp dụng.

Cuối cùng cần chú ý đến ý nghĩa to lớn của các nghiên cứu bằng thực nghiệm để phát triển lý thuyết dẻo.

Những công trình đầu tiên của lý thuyết dẻo xuất hiện vào cuối thế kỷ 19, Saint-Venant xét bài toán phẳng, Lévy mở rộng ra bài toán không gian, trong đó dựa vào kết quả thực nghiệm của Tresca đưa ra điều kiện để vật liệu chuyển từ trạng thái đàn hồi sang trạng thái dẻo và xây dựng hệ thức giữa ứng suất và tốc độ biến dạng. Đầu thế kỷ 20 người ta đã chính xác hóa điều kiện chảy dẻo (Hubert, Mises), kiến nghị quy luật khác về liên hệ giữa ứng suất và biến dạng (Hencky, Mises, Prager) và tiến hành nghiên cứu bằng thực nghiệm (Lode, Rose, Nadai, Taylor). Các công trình về lý thuyết dẻo hình thành hai hướng phát triển: lý thuyết chảy dẻo và lý thuyết biến dạng. Thời gian này cũng đã thấy những kết quả đầu tiên của việc áp dụng lý thuyết dẻo vào kỹ thuật (gia công kim loại bằng áp suất,...). Phát triển trực tiếp lý thuyết đàn hồi, lý thuyết biến dạng đàn dẻo nhỏ (Ilyushin) cho phương pháp giải các bài toán cơ bản về tính toán ứng suất, biến dạng và ổn định như đã đặt ra trong lý thuyết đàn hồi. Phương pháp nghiệm đàn hồi (gần đúng liên tiếp) lấy nghiệm đàn hồi làm cơ sở cho phép giải một loạt bài toán dẻo, ngày nay đang có triển vọng được áp dụng rộng rãi trong tính toán kỹ thuật.

Nhờ khái niệm rất cơ bản là đặt tải đơn giản và đặt tải phức tạp, đã phân rõ phạm vi đúng đắn của các lý thuyết trên đây. Ilyushin đã chứng minh rằng